

УДК 519.816

МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ ВІДНОСНОЇ ВАГОМОСТІ КРИТЕРІЇВ НА ОСНОВІ ОРДИНАЛЬНИХ ОЦІНОК АЛЬТЕРНАТИВ, ІЗ ЗВОРОТНІМ ЗВ'ЯЗКОМ

С.В. Каденко

Інститут проблем реєстрації інформації НАН України

e-mail: sergeykadenko@mail.ru

Вступ

Загальновідомо, що експертне оцінювання постійно використовується і набуває актуальності у різноманітних сферах діяльності людини. Особливе місце в експертному оцінюванні займають ординальні оцінки або ранжируванням альтернатив. В процесі багатокритеріального експертного оцінювання для агрегації однокритеріальних оцінок часто виникає потреба у визначенні ваг критеріїв. Якщо ваги неможливо або проблематично визначити експертним шляхом, можна спробувати знайти їх на основі попереднього досвіду оцінювання. У разі, якщо і визначення кардинальних оцінок проблематичне чи неможливе, постає питання: чи можна використовувати для визначення вагових коефіцієнтів досвід ординального оцінювання альтернатив? Адже часто побудувати ранжирування альтернатив експертові легше, аніж визначити їхні кардинальні оцінки шляхом безпосереднього оцінювання чи побудови матриці парних порівнянь [1,2,3]. Відомо і доведено [4], що жодна з процедур агрегації однокритеріальних (індивідуальних) ранжирувань не застрахована від появи парадоксів та протиріч. До того ж експериментально показано, що численні методи отримання багатокритеріального (групового) ранжирування на базі однокритеріальних (індивідуальних) у більшості випадків дають різні результати. Автор пропонує виходити з апіорного припущення, що багатокритеріальне («глобальне») ранжирування альтернатив будується за допомогою одного з найпростіших та найбільш розповсюджених методів агрегації однокритеріальних («локальних») ранжирувань альтернатив – методу зваженого сумування, чи модифікований метод Борда [5].

Постановка задачі

Дано (див. Рис. 1): 1) Множина альтернатив $A_1, A_2, \dots, A_m$ 2) Множина незалежних по перевагах [6], сумісних між собою критеріїв оцінки альтернатив $C_1, C_2, \dots, C_n$ 3) Ранжирування альтернатив за кожним з критеріїв $\{r_{ij}\}, i=1..m, j=1..n$, де r_{ij} – ранг (ординальна оцінка) i -ї альтернативи за j -м критерієм 4) *Строге* ранжирування альтернатив за глобальним критерієм оцінки G : $g_1, \dots, g_m$

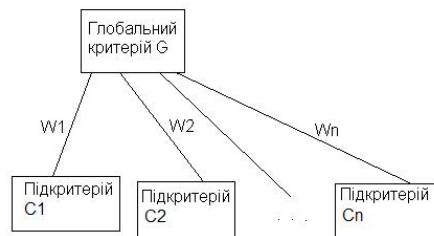


Рис. 1

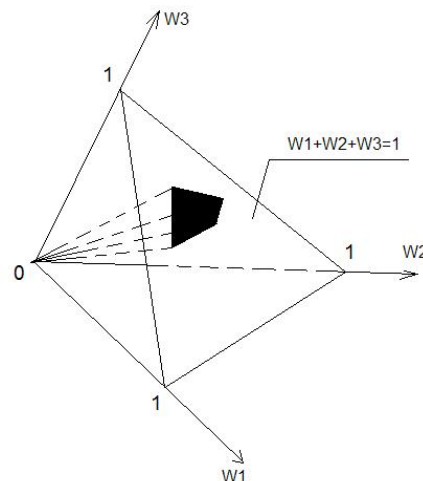


Рис. 2

Треба знайти

1) Достатні умови існування нормованого вектора ваг критеріїв оцінки альтернатив $\{w_j\}, j = 1..n$ $\{w_j\}$; $\sum_{j=1}^n w_j = 1, w_j > 0, j = 1..n$, який дозволяв би зберегти глобальне ранжирування альтернатив при зваженому сумуванні їхніх однокритеріальних ординальних оцінок. 2) Крайні точки області допустимих значень ваг та її центр.

Пропонується шукати центр області ваг як середнє арифметичне її крайніх точок. Цю точку легко знайти, вона є більш стійким розв'язком (мається на увазі стійкість до незначних збурень значень ваг), ніж будь-яка точка, що лежить біля межі області.

Ідея алгоритму розв'язання

За апіорним припущенням, глобальне ранжирування альтернатив будується як ранжирування зважених сум їхніх однокритеріальних рангів, тому задача зводиться до пошуку області розв'язків системи нерівностей наступного вигляду:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij} \times w_j &> 0, i = 1..m-1 \\ w_j &> 0, j = 1..n \end{aligned} \quad (1)$$

де $a_{ij} = r_{i+1,j} - r_{ij}$ (вважаємо, що альтернативи пересортовано у порядку спадання їхніх глобальних рангів). Якщо ми припускаємо, що вимога транзитивності глобального ранжирування може не виконуватись, то $i = 1..m(m-1)/2$.

За побудовою, шукана область (якщо вона існує) є опуклою, а її замикання – компактна множина (див. Рис. 2). Отже, достатньою умовою існування такої області можна вважати наявність скінченної кількості її крайніх точок. Будь-яка опукла комбінація крайніх точок (в тому числі і середнє арифметичне) належить області. В нашому випадку крайні точки області – це точки, де симплекс $(\sum_{j=1}^n w_j = 1, w_j > 0, j = 1..n)$ перетинається з гіперплощинами, що відповідають лівим частинам нерівностей системи (1). Отже, можна шукати крайні точки як розв'язки систем лінійних рівнянь, що складатимуться з $n-1$ рівняння гіперплощин та рівняння симплекса $(\sum_{j=1}^n w_j = 1, w_j > 0, j = 1..n)$. (Кожна система

складатиметься з n рівнянь та матиме n невідомих (ваг)). Перебравши усі такі системи, ми знайдемо область допустимих значень ваг (у вигляді її крайніх точок) та її центр, або зможемо стверджувати, що вона порожня. Якщо область допустимих значень ваг виявилася порожньою, то ми можемо звернутися до експерта, який будував глобальне ранжирування, та запропонувати йому переставити альтернативи у ньому таким чином, щоб область існувала. Для того, щоб дізнатися, які саме альтернативи слід переставляти, пропонується переглянути всі отримані розв'язки перебраних систем, та вибрати ті, на яких досягається мінімальна відстань Кемені між отриманим та заданим глобальними ранжируваннями [7,3] (даний показник обирається через його наочність: відстань між ранжируваннями буде у 4 рази більшою за кількість нерівностей системи (1), що не виконуються (доведення – див. [8])). Серед відібраних таким чином векторів пропонується обирати той, на якому досягається мінімальна абсолютна нев'язка:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij} \times w_j + u_i &> 0, i = 1..m(m-1)/2 \\ w_j &> 0, j = 1..n \end{aligned} \quad (2), \text{ де } u_i - \text{невід'ємне значення нев'язки в } i\text{-й нерівності.}$$

$$\sum_{i=1}^{m(m-1)/2} u_i \rightarrow \min$$

В такому разі від експерта вимагатимуться мінімальні зміни (тобто найменша кількість перестановок) у початковому глобальному ранжируванні альтернатив, і він більш охоче погодиться змінити свої оцінки.

Приклади

У якості реальних даних, на яких можна тестувати метод, пропонується розглянути світове ранжирування вищих навчальних закладів (ВНЗ) THES за 2008 рік [9]. Найвідоміші на даний момент системи ранжирування ВНЗ, у тому числі і THES, ґрунтуються на зваженому сумуванні оцінок за кількома критеріями. У Таблиці 1 наведені однокритеріальні та глобальні рейтинги та (у дужках) ранги ВНЗ. У Таблиці 2 наведені результати тестування методу на даних однокритеріальних та глобальних рейтингів та ранжирувань.

Таблиця 1

Назва університету	Назви критеріїв оцінки						
	Peer review score	Recruiters' review score	Student/staff ratio	Citations/staff score	International staff score	International student score	Overall score
University College, London	96 (2)	99 (1)	100 (1)	89 (3)	96 (1)	100 (1)	98,1 (1)
Kyoto University	99 (1)	87 (4)	80 (3)	91 (2)	30 (8)	26 (10)	87,4 (2)
Ecole Normale, Paris	93 (4)	72 (5)	68 (5)	99 (1)	29 (9)	69 (4)	84,8 (3)
University of Illinois	94 (3)	67 (6)	43 (9)	72 (5)	37 (7)	51 (6)	73,2 (4)
University of Jerusalem	89 (5)	25 (9)	35 (10)	89 (3)	70 (4)	33 (8)	69,5 (5)
University of Leeds	72 (6)	98 (2)	57 (6)	50 (8)	71 (3)	64 (5)	68,3 (6)
University of Pierre and Marie Curie, Paris	66 (7)	17 (10)	89 (2)	40 (9)	24 (10)	90 (3)	61 (7)
University of Bath, UK	49 (10)	98 (2)	46 (8)	55 (6)	52 (7)	29 (9)	60,7 (8)
Queen Mary University of London	55 (8)	66 (7)	77 (4)	23 (10)	96 (1)	92 (2)	59,1 (9)
University of Twente, NL	52 (10)	48 (8)	57 (6)	51 (7)	68 (5)	50 (7)	54,3 (10)

Таблиця 2

Критерії	Peer review score	Recruiters' review score	Student/staff ratio	Citations/staff score	International staff score	International student score
Точна вага	0,4	0,1	0,2	0,2	0,05	0,05
Вага, обчислена на основі ранжирувань	0,32	0,12	0,16	0,33	0,02	0,06
Метод лінійної екстраполяції	0,46	0,14	0,21	0,14	0,04	0,01
Метод мінімізації нев'язок	0,40	0,10	0,21	0,21	0,05	0,05
МНК	0,35	0,14	0,21	0,25	0,05	0,05
МГУА	0,35	0,14	0,21	0,24	0,05	0,05

Як бачимо, ваги, обчислені на основі ординальних оцінок закладів досить близькі до точних значень, а також до результатів роботи інших методів. Тобто метод може використовуватися для обчислення ваг критеріїв оцінки ВНЗ на основі досвіду їхнього ординального оцінювання.

Тестування викладеного методу на багатьох випадкових вибірках кардинальних та відповідних ординальних оцінок показало, що середні значення ваг критеріїв, обчислених

на основі багатьох прецедентів ранжирування, із збільшенням кількості прецедентів, наближаються до значень ваг, обчислених на основі кардинальних оцінок, за допомогою МНК, МГУА, методів мінімальних нев'язок та багатовимірної лінійної екстраполяції.

Ще один зі шляхів прикладного застосування методу – ранжирування кандидатів на вакантні посади. Припустимо, керівництву певної установи (відділу) треба відібрати найкращих з претендентів на вакантну посаду. Керівник організаційного підрозділу, який добре знає своїх підлеглих, в змозі побудувати їхнє глобальне ранжирування. Потім він може (наприклад, шляхом анкетування, або інтерв'ю) побудувати їхні однокритеріальні ранжирування, попередньо сформулювавши критерії оцінки. На основі цих даних він зможе описаним методом визначити відносну важливість сформульованих критеріїв (їхній вплив на глобальний критерій оцінки співробітників). Далі йому пропонується провести аналогічне анкетування чи інтерв'ю серед кандидатів, щоб проранжувати їх за кожним з критеріїв, а потім – знайти їхні рейтинги як зважену суму їхніх однокритеріальних ординальних оцінок.

Висновки

Основний висновок, який можна зробити на поточній стадії дослідження полягає в тому, що досвід ординального оцінювання можна і треба використовувати для обчислення коефіцієнтів вагомості критеріїв оцінки альтернатив, особливо у разі, коли проблематично чи неможливо отримати кардинальні оцінки. Описаний метод розрахований на невеликі кількості альтернатив, які буде в змозі порівняти експерт (тобто, не надто близьких та не надто далеких), та критеріїв, оскільки процедура пошуку області рішень – досить трудомістка, а психофізіологічні обмеження людини загальновідомі. Результатом методу є стійкий до можливих збурень вектор вагових коефіцієнтів, пошук якого не вимагає додаткових евристичних припущень. Метод дозволяє організувати ефективний зворотний зв'язок з експертом у разі, якщо область, побудована на основі його оцінок, виявилася порожньою. Метод може бути узагальнений на випадок багаторівневих ієрархій критеріїв типу «дерево» [10] та «мережа». Також він може бути покладений в основу автоматизованого робочого місця для проведення експертиз ординального типу, або включений до інструментарію СППР, на зразок системи Solon [2].

Подальші дослідження будуть спрямовані на розробку менш трудомісткої процедури вирішення поставленої задачі (не обов'язково основаної на апараті лінійного програмування) та узагальнення підходу на випадок нестрогих та нечітких ранжирувань альтернатив.

Перелік літератури

1. Saaty, T.L. (2008). The Analytic Hierarchy/Network Process. RACSAM 102 (2), 251–318.
2. Тоценко В.Г. «Методы и системы поддержки принятия решений», Наукова думка, Киев, 2002.
3. Гнатієнко Г.М., Снитюк В.Є. «Експертні технології прийняття рішень», Київ, ТОВ «Маклаут», 2008.
4. Arrow, K. J. (1963). Social Choice and Individual Values, 2nd ed. Wiley, New York.
5. Тоценко В.Г. Методы определения групповых многокритериальных ординальных оценок с учетом компетентности экспертов., Проблемы управления и информатики, № 5, 2005, с. 84-89.
6. Keeney, R.L., & Raiffa, H. (1993). Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs. Cambridge University Press, New York, 1993.
7. Kemeny, J.G., & Snell, L. (1973) Mathematical Models in the Social Sciences. MIT Press, Cambridge, MA.
8. Каденко С.В., Удосконалення методу визначення коефіцієнтів відносної вагомості критеріїв на основі ординальних оцінок, «Реєстрація зберігання і обробка даних», т. 10, № 1, 2008, с. 137-149.
9. Times Higher Education Supplement 2008 World University Ranking (2009). Retrieved February, 20, 2009 from <http://www.timeshighereducation.co.uk/hybrid.asp?typeCode=243&pubCode=1&navcode=137>
10. Каденко С.В., Определение параметров иерархии критериев типа "дерево" на основе ординальных оценок, «Проблемы управления и информатики», №4, 2008, с. 84-92.