

УДК 519.2+600.1

# ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ КОЛЕБАНИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА И ОСАДКОВ

И.И. Горбань

*Институт проблем математических машин и систем НАН Украины*

e-mail: igor.gorban@yahoo.com

## 1. Введение

Многие задачи, решаемые системами поддержки принятия решения, основаны на метеопрогнозах. Погода и климат постоянно меняются под воздействием множества факторов. Степень влияния каждого фактора зависит от временного масштаба прогноза. При прогнозировании на период до месяца первостепенное значение имеют внутренние факторы, определяющие динамическую неустойчивость атмосферных течений, а при долгосрочном метеорологическом прогнозировании (ДМП), охватывающем прогноз погоды на период от месяца до двух лет и прогноз климата на больший срок, – внешние факторы, вызываемые воздействиями неадиабатического характера [1].

Предвидеть изменение внешних факторов сложно, а, зачастую, и невозможно. Поэтому при ДМП качество прогноза оказывается значительно ниже, чем при прогнозировании на небольшой срок.

Изменение характера воздействия внешних факторов сопровождается изменениями статистических условий, которые, как показывают экспериментальные исследования, могут вызывать нарушения статистической устойчивости исследуемых процессов [2, 3]. При нарушениях устойчивости статистические оценки оказываются несостоятельными: при увеличении объема данных они не стремятся к какому-то определенному значению, а непредсказуемо флуктуируют.

Для построения адекватных метеорологических прогностических моделей необходимы достоверные данные о статистической устойчивости различных параметров. При пренебрежимо малых на интервале прогнозирования нарушениях устойчивости возможно применение классических стохастических моделей, базирующихся на гипотезе идеальной статистической устойчивости физических явлений, при значительных же нарушениях необходимы более сложные модели, такие как гиперслучайные [4, 5], учитывающие нарушения устойчивости.

Заметим, что статистическая устойчивость того или другого параметра, характеризующего состояние атмосферы, зависит в общем случае не только от интервала времени, на который осуществляется прогноз, но и от географического положения точки наблюдения. Выводы, касающиеся одного района, могут быть не справедливы для другого.

Целью настоящей статьи является оценка статистической устойчивости температуры воздуха и количества осадков в районе Москвы на основе данных многолетнего наблюдения.

## 2. Основы методики оценки статистической неустойчивости случайных последовательностей и процессов

По определению [2] последовательность  $X_1, X_2, \dots$  случайных величин (случайная выборка) считается статистически устойчивой (статистически стабильной), если при устремлении объема выборки  $N$  к бесконечности математическое ожидание выборочной дисперсии

$$\bar{D}_{Y_N} = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (Y_n - \bar{m}_{Y_N})^2 \quad (1)$$

флуктуации выборочного среднего

$$Y_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (n = \overline{1, N}) \quad (2)$$

стремится к нулю, где  $\bar{m}_{Y_N} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N Y_n$  – выборочное среднее флуктуации среднего.

Последовательности, не удовлетворяющие этому условию, – статистически неустойчивы.

Тип сходимости не играет существенной роли. Однако, для придания определениям необходимой математической строгости будем подразумевать, как и в работах [2, 3, 5], сходимость по вероятности.

Процесс обычно описывается последовательностью значений в фиксированные моменты времени, поэтому, говоря о процессах, будем отождествлять их с соответствующими последовательностями.

Безусловно, по результатам наблюдения процесса на конечном интервале, невозможно абсолютно точно установить факт нарушения статистической устойчивости. Однако можно количественно оценить степень флуктуации выборочного среднего в фиксированные моменты времени и, анализируя динамику происходящих изменений, выявить некоторые тенденции, ведущие к нарушению статистической устойчивости.

Эти тенденции характеризует предложенный в работе [2] параметр статистической неустойчивости  $\Gamma_N$ , представляющий собой математическое ожидание выборочной дисперсии  $\bar{D}_{Y_N}$ , нормированное на дисперсию выборочного среднего  $D_{Y_N} = \frac{1}{N^2} \sum_{n=1}^N D_{x_n}$  и объем выборки  $N$ :

$$\Gamma_N = \frac{M[\bar{D}_{Y_N}]}{ND_{Y_N}}, \quad (3)$$

где  $M[\cdot]$  – оператор математического ожидания,  $D_{x_n}$  – дисперсия случайной величины  $X_n$ .

Подобным параметром является параметр статистической неустойчивости  $m_N$  [3], связанный с параметром  $\Gamma_N$  соотношением

$$m_N = \sqrt{\frac{\Gamma_N}{1 + \Gamma_N}}. \quad (4)$$

В отличие от параметра  $\Gamma_N$ , ограниченного лишь снизу нулевым значением, параметр  $m_N$  ограничен как снизу, так и сверху: минимально возможное его значение равно нулю, а максимально возможное – единице.

В качестве единицы измерения статистической неустойчивости параметра  $\Gamma_N$  при фиксированном  $N$  была предложена [6] величина  $\Gamma_{0N}$ , рассчитываемая для последовательности  $N$  некоррелированных отсчетов с постоянной дисперсией  $D_{x_n} = D_x$  и нулевым математическим ожиданием, а в качестве единицы измерения статистической неустойчивости параметра  $m_N$  – величина  $m_{0N} = \sqrt{\Gamma_{0N}/(1 + \Gamma_{0N})}$ .

Для указанной эталонной последовательности параметр  $\Gamma_{0N}$  был получен аналитически в следующем виде:

$$\Gamma_{0N} = \frac{N+1}{(N-1)N} C_N - \frac{2}{N-1}, \quad (5)$$

где  $C_N = \sum_{n=1}^N \frac{1}{n}$ .

С использованием единицы измерения  $\gamma_{0N}$  были введены параметры

$$h_N = \gamma_N / \gamma_{0N}, \quad l_N = \frac{\gamma_N - \gamma_{0N}}{\gamma_N} = \frac{h_N - 1}{h_N}.$$

Диапазон изменения параметра  $h_N - [0, \infty)$ , а параметра  $l_N - (-\infty, 1]$ .

### 3. Оценка статистической устойчивости колебаний температуры воздуха и количества осадков

На протяжении многих лет ведется наблюдение за температурой и осадками в различных точках Земли. На основе данных, собранных за 43 года наблюдения за минимальной и максимальной суточной температурой и количеством среднесуточных осадков в районе Москвы [7], были проведены расчеты параметров  $\gamma_N$ ,  $m_N$ ,  $h_N$  и  $l_N$ .

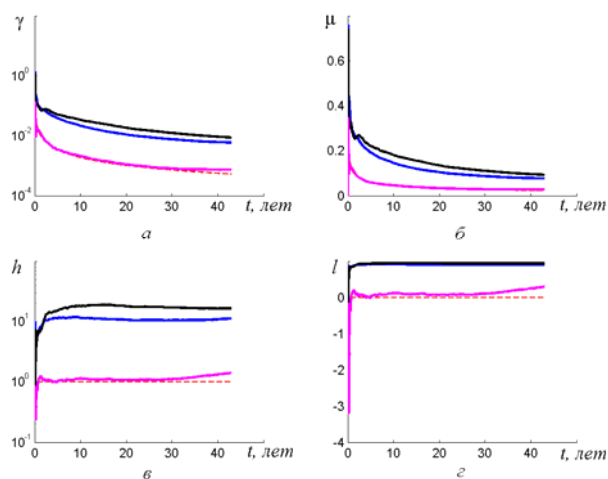


Рис. 1. Результаты расчетов изменения параметров статистической неустойчивости  $\gamma_N$  (а),  $m_N$  (б),  $h_N$  (в) и  $l_N$  (г) за 43 года наблюдения для минимальной и максимальной суточной температуры (верхние сплошные кривые), а также для количества среднесуточных осадков (нижние сплошные кривые) (данные подвергнуты коррекции с учетом оценок динамики сезонных изменений математического ожидания и СКО)

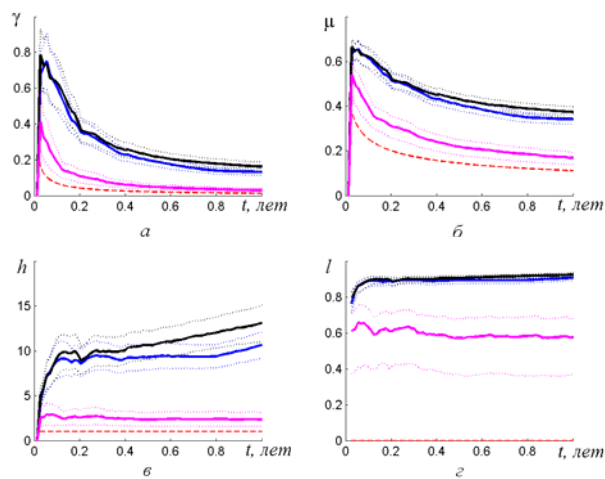


Рис. 2. Результаты расчетов изменения на протяжении года усредненных параметров статистической неустойчивости  $\gamma_N$  (а),  $m_N$  (б),  $h_N$  (в) и  $l_N$  (г) для минимальной и максимальной суточной температуры (верхние сплошные кривые) и для количества среднесуточных осадков (нижние сплошные кривые), а также соответствующие им коридоры на уровне 0,2 у (точечные кривые) (данные подвергнуты коррекции с учетом оценок динамики сезонных изменений математического ожидания и СКО)

Результаты расчетов динамики изменения указанных параметров за 43 года наблюдения приведены на рис. 1, а расчетов усредненных изменений этих параметров на протяжении года – на рис. 2. Кривые на рис. 1 получены без ансамблевого усреднения выборочной дисперсии  $\bar{D}_{\gamma_N}$ , а на рис. 2 – с усреднением за 43 года. Для сравнения на

рисунках пунктирными линиями изображены единицы измерения статистической неустойчивости.

Кривые получены с предварительной коррекцией данных, осуществляемой путем вычитания оценок математических ожиданий и последующей нормировки полученных величин на соответствующие оценки СКО.

Из рисунков видно, что всем параметрам колебания количества осадков носят статистически устойчивый характер, колебания же температуры неустойчивы. Нарушения устойчивости наблюдаются уже по истечению нескольких недель (см. рис. 2).

Отсюда следует, что для описания колебаний количества осадков на протяжении десятков лет можно использовать стохастические модели. Использование же таких моделей для описания колебаний температуры воздуха представляется необоснованным. В этом случае более приемлемыми могут быть гиперслучайные модели, учитывающие нарушения устойчивости.

Следует отметить, что полученные результаты касаются конкретного района. Возможность распространения их на другие районы требует специального исследования.

#### 4. Выводы

1. Исследованы данные сорокатрехлетнего наблюдения за температурой воздуха и осадками в районе Москвы на предмет их статистической устойчивости показали, что колебания температуры носили явно выраженный статистически неустойчивый характер. Колебания же осадков статистически устойчивы. Нарушения статистической устойчивости температуры наблюдались уже по истечению нескольких недель.

2. Полученные результаты указывают на возможность использования стохастических моделей для описания колебаний осадков в районе Москвы на протяжении несколько десятков лет и их непригодность для описания колебаний температуры. Адекватное описание колебаний температуры может быть обеспечено гиперслучайными моделями, учитывающими нарушения статистической устойчивости.

#### Литература

1. Технологии динамико-статистических долгосрочных метеорологических прогнозов: современное состояние и перспективы. – Сайт северо-европейского климатического центра. – <http://seakc.meteoinfo.ru/training/206-2011-02-20-07-18-08>.
2. Горбань И.И. Нарушение статистической устойчивости физических процессов // Математические машины и системы. – 2010. – № 1. – С. 171 – 184.
3. Gorban I.I. Disturbance of statistical stability // Information Models of Knowledge. – Kiev – Sofia: ITHEA. – 2010. – P. 398 – 410.
4. Горбань И.И. Теория гиперслучайных явлений. К.: ИПММС НАН Украины, 2007. – 184 с. – ISBN 978-966-02-4367-5. – <http://ifsc.ualr.edu/jdberleant/intprob/>.
5. Горбань И.И. Теория гиперслучайных явлений: физические и математические основы. – К.: Наукова думка, 2011. – 320 с. – ISBN 978-966-00-1093-2.
6. Горбань И.И. Статистическая неустойчивости физических процессов // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2011. – (в печати).
7. Архив погоды по городам СНГ. – [http://thermo.karelia.ru/weather/w\\_history.php](http://thermo.karelia.ru/weather/w_history.php).