

УДК 681.03

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЗАБОЛЕВАЕМОСТИ ГРИППОМ/ОРВИ В СИСТЕМАХ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

Т.К. Еременко, Ю.А. Михненко, Ю.Г. Пилипенко

Институт проблем математических машин и систем НАН Украины

e-mail: vt_z6@voliacable.com

Вступление.

Грипп - наиболее распространенное и убыточное для народного хозяйства заболевание на Украине [1]. Распространение эпидемии может привести к возникновению критической ситуации, для предотвращения которой или выхода из нее необходим комплекс управленческих решений на государственном уровне.

Математическое моделирование эпидемиологических процессов (в том числе модели гриппа/ОРВИ) интенсивно развивается, начиная с работ Бейли [2] и до настоящего времени. В этой области исследования можно выделить несколько направлений, имеющих свои достоинства и недостатки, которые определяют их область применения. Рассмотрим, какие задачи по поддержке принятия решения могут быть решены.

Статистический подход.

В эту группу методов были отнесены те, которые основываются на оценке вероятностных свойств основного показателя эпидемиологического процесса - заболеваемости.

Свойства заболеваемости как случайной величины были использованы для разработки методологических указаний по вычислению эпидемических порогов. Этот подход используется и в настоящее время в Украине [3]. В данной модели не учитываются динамические свойства показателя заболеваемости как процесса. Период эпидемии исключается из рассмотрения. Поэтому этот подход не используется для решения других задач моделирования. Многолетнее использование метода говорит об адекватности вероятностного подхода к моделированию показателей заболеваемости.

Анализ временных рядов.

Данный подход [4,5] состоит в идентификации модели ряда, описывающей корреляционную зависимость между отсчетами, и позволяет учесть:

- стохастический характер исходных данных;
- одновременно эпидемиологический период и период между эпидемиями;
- динамику процессов изменения показателей заболеваемости во времени;
- взаимосвязь показателей и рассмотрение эпидемической обстановки как единого процесса.

Все реальные процессы в природе, как и эпидемиологический процесс, безусловно, являются нелинейными динамическими процессами. Однако на практике чаще используют линейное приближение из-за простоты и хороших результатов во многих ситуациях. Прогнозируемое значение временного ряда в данном случае представляет собой линейную функцию текущего и предшествующих значений процесса, т.е. реализацию разностного уравнения вида:

$$f(t+T) = \sum_{j=0}^n \alpha_j \cdot y(t-j \cdot T), \quad (1)$$

или

$$f_{i+1} = \sum_{j=0}^n \alpha_j \cdot y_{i-j},$$

где $\hat{x}(t+T) = \hat{x}_{t+1}$ - прогнозируемое значение, $y(t)$ - исследуемый процесс заболеваемости, T - период дискретизации, α_j - коэффициенты, которые полностью определяются выбором модели динамического процесса. Если процесс является векторным, то α_i являются матрицами коэффициентов.

Прогнозирование на основе многомерной модели значительно предпочтительнее, чем использование скалярной модели [4]. Векторный процесс в работе [4] был составлен из двух показателей – заболеваемости детей до 18 лет и заболеваемости взрослых по данным сайта МОЗ в 2009 году [6].

Основное достоинство метода – вычисление параметров модели на основании краткой предыстории, т.е. нет необходимости использовать прошлые данные, соответствие которых текущему процессу можно установить только по окончании эпидемии. Недостаток - практически невозможно использовать для исследования влияния различных факторов (в том числе и управляющих) на ход эпидемиологического процесса. Данный подход может использоваться для краткосрочного прогноза при ежедневном мониторинге.

Классический аналитический подход.

Включает класс моделей, к которым можно отнести модель Бейли [2], Барояна и Рвачева [7] и наиболее популярные в англоязычной литературе compartment модели [8,9]. Их объединяет то, что создаются дифференциальные (в дискретном случае разностные) уравнения для описания динамики эпидемиологического процесса на основании предположений, которые мы сейчас рассмотрим.

1. Разбиение населения региона на непересекающиеся группы людей.

Compartment модели [8,9] обозначаются буквами, которые обозначают эти группы, например, SIR (чувствительные к заболеванию S, больные-заразные I, выздоровевшие-имунные R), или SEIR – добавляется группа E – зараженные и находящиеся латентном периоде заболевания. Это характерно и для модели [7].

Для сравнения регионов с различным количеством населения численность этих групп нормализуется, т.е. делится на численность населения региона. Следовательно, $S+I+R=1$ или $S+E+I+R=1$ в зависимости от принятой модели.

Поскольку экспериментальные данные (данные мониторинга) представляют собой временные ряды, то будем рассматривать все другие вычисляемые характеристики эпидемиологического процесса (S,E,I,R) как дискретные во времени. Учитывая также предыдущие замечания, получаем:

$$S_i + I_i + R_i = 1 \quad (2)$$

2. Предположения о процессе заражения.

Распространение заболеваемости, прежде всего, зависит от числа контактов между инфицированными субъектами - I и субъектами чувствительными к инфекционному заболеванию - S. Чаще всего предполагают [2], что число контактов равно произведению $I \cdot S$, а число заболевших пропорционально этому произведению, т.е.:

$$y_i = \beta \cdot I_i \cdot S_i, \quad (3)$$

где β - коэффициент пропорциональности, i - отсчет времени (день). Некоторые исследователи [10], предполагают зависимость:

$$y_i = \beta \cdot I_i^{\alpha_1} \cdot S_i^{\alpha_2}, \quad (4)$$

где α_1 и α_2 - параметры “перемешивания” населения, причем, если население “перемешано” до однородности эти параметры равны 1.

В некоторых работах предполагается считать коэффициент β зависящим от времени, чтобы “приблизить” абстрактную теоретическую модель к реальным данным [10], т.е.:

$$y_i = \beta_i \cdot I_i \cdot S_i . \quad (5)$$

формализация процесса заражения очень важна, поскольку здесь появляется коэффициент - β_i , который можно рассматривать как функцию от параметров среды и управляющих воздействий.

3. Предположения о процессе выздоровления.

Число людей, выздоровевших в i -й день представляет собой разность $R_{i+1} - R_i$ общего числа выздоровевших – иммунных и зависит прежде всего от характеристик заболевания и эпидемиологической обстановки.

В [2,8,9] предполагают, что количество выздоровевших пропорционально количеству больных:

$$R_{i+1} - R_i = \nu \cdot I_i \quad (6)$$

где ν - коэффициент, зависящий от характеристик заболевания.

В работе [7] определяют число выздоровевших больных в i -й день используя временной ряд заболеваемости, т.е.:

$$R_{i+1} - R_i = \sum_j y_{i-j} \cdot g_j , \quad \sum_j g_j = 1 , \quad (7)$$

где g_j - часть выздоровевших людей из заболевших j дней назад. Причем приводятся статистические данные для последовательности $\{g_j\}$:

$$G = (0, 0.1, 0.35, 0.25, 0.15, 0.10, 0.5).$$

В самом простом случае $R_{i+1} - R_i = y_{i-j}$, если предположить, что заболеваемость длится ровно j дней.

Перечисленные предположения имеют различные варианты формального описания. Поэтому, можно построить большое количество систем дифференциальных уравнений, моделирующих динамику эпидемиологического процесса [2,8,9,10]. Наиболее полный обзор по compartment моделям приведен в работе [10].

Аналитические модели представляют качественную картину исследуемого процесса. Однако количественные оценки получить сложно, поскольку эпидемиологические процессы гриппа/ОРВИ, постоянно изменяют свои параметры [1,7]. Кроме того, на основании многих аналитических моделей нельзя объяснить.

Комбинированный подход.

В настоящее время чаще используется комбинированный (смешенный) подход к исследованию эпидемиологических процессов – использование аналитических моделей и анализа временных рядов [7,11,12].

На основании предположений классической теории обосновывается модель временного ряда заболеваемости, содержащая параметры, описывающие влияние исследуемых факторов. Далее можно использовать стандартные статистические методы исследования. Например, в работе [11] получена модель влияния температуры воздуха на развитие эпидемии гриппа. Влиянием этого фактора можно объяснить распространение эпидемий волнами.

Заключение.

Таким образом, по мнению авторов наиболее перспективным для использования в СППР является комбинированный подход к моделированию заболеваемости гриппом/ОРВИ на основании которого можно решать следующие задачи:

- определение эпидемиологического порога;
- краткосрочный прогноз, т.е. развитие эпидемии, которая началась, на ближайшее время;
- качественное исследование эпидемиологического процесса;
- выявление факторов, влияющих на протекание эпидемиологического процесса;
- оценка влияния факторов (в том числе управляющих воздействий) на протекание эпидемиологического процесса.

Список литературы

1. Смородинцев А.А. Грипп и его профилактика. – Л.: Медицина.1984.-383с.
2. Бейли Н. Математика в медицине и биологии Мир, М., 1970.
3. Методические указания по оперативному анализу и прогнозированию эпидемической ситуации по гриппу и ОРЗ. Утв. Минздрав СССР 09.12.1997г. - Л., 1999. - 59 с.
4. Вьюн В.И., Еременко Т.К., Кузьменко Г.Е., Михненко Ю.А. Об одном подходе к прогнозированию эпидемиологической обстановки по гриппу/ОРВИ с использованием временных рядов.// Математические машины и системы. - 2011. - №2. – С.41-49.
5. Льюинг Л. Идентификация систем. Теория пользователя. М.: Наука, 1991.-432.
6. Сайт МОЗ. <http://www.moz.gov.ua/ua/portal/>
7. Бароян О.В., Рвачев Л.А. Математика и эпидемиология.– М., «Знание»,1977.– 63с.
8. Hethcote H (1976). "Qualitative analyses of communicable disease models". Math. Biosci. 28: 335–356. doi:10.1016/0025-5564(76)90132-2.
9. SCHAFFER W. M., BRONNIKOVA T. V. Parametric dependence in model epidemics. I:Contact-related parameters. Journal of Biological DynamicsVol. 1, No. 2, April 2007, 183–199
10. V. Capasso, Mathematical Structure of Epidemic Systems. -Lecture Notes in Biomathematics ISSN 0341-633X .-1993 Springer-Verlag Berlin Heidelberg , Corrected 2nd printing 2008/
11. Еременко Т.К., Пилипенко Ю.Г. Моделирование влияния внешней среды на протекание эпидемиологического процесса Гриппа/ОРВИ.// Математические машины и системы. - 2012. - №4. – С134-141.
12. B.F.Finkenstard, B.T. Grenfell Time series modeling of childhood diseases: a dynamical systems approach.//Appl.Statist.(2000) 49,Part2, pp. 187-205.