

УДК 519.816

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ФЕНОМЕНА РЕВЕРСА РАНГОВ

Е.А. Егорова, Т.Г. Сигал

Институт проблем регистрации информации НАН Украины

e-mail: elena_stud@yahoo.com

1. Введение

В наше время разрабатывается много систем поддержки принятия решений, которые основываются на методах мультикритериального оценивания альтернатив. Одной из наиболее распространенных систем является Expert Choice, которая разработана на основе метода аналитических иерархических процессов [1]. Однако как показали последние исследования при применении этих методов возникает такой феномен как реверс рангов [2]. В статье [3] было выполнено теоретическое исследование условий возникновения реверса рангов и были доказаны достаточные условия отсутствия этого феномена.

В данном докладе описана методика и результаты экспериментального исследования феномена реверса рангов при использовании разных методов экспертного оценивания (метод непосредственного оценивания, метод парных сравнений “линия”).

2. Сущность феномена реверса рангов и достаточные условия его отсутствия

Сущность феномена реверса рангов заключается в следующем. При изменении количества альтернатив (добавлении или удалении альтернативы) в условиях сохранения матрицы парных сравнений и постоянности относительных весов критериев может возникнуть изменение рангов альтернатив по отношению к ранжированию без добавления или удаления альтернативы.

Сохранение рангов альтернатив является свойством, которое можно сформулировать следующим образом:

$$\forall 1 < i, j \leq n \quad [\{(r_i > r_j) / |A| = n\} \rightarrow \{(r_i > r_j) / |A'| = n + 1\}],$$

где $A = \{a_i\}, i = (1, n)$ - множество альтернатив; $A' = A \cup a_{n+1}$; r_i, r_j - ранги альтернатив a_i, a_j соответственно. Т.е. соотношение рангов альтернатив не зависит от их количества.

Как доказано в [3] достаточным условием отсутствия реверса рангов является

$$\forall 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \quad [\psi_{ij} = \alpha^{\lambda} v_{ij} + \beta], \quad (1)$$

Отметим, что (1) является достаточным условием, т.е. выполнение его гарантирует отсутствие реверса рангов, но невыполнение его не является достаточным условием наличия реверса рангов. Таким образом, можно предположить, что существуют матрицы парных сравнений, применение к которым метода собственного вектора [1] вычисления относительных весов альтернатив не приводит к появлению реверса рангов.

В данном докладе был выполнен экспериментальный анализ известных методов экспертного оценивания с целью проверки выполнения (невыполнения) достаточных условий отсутствия реверса рангов.

3. Методика проведения экспериментальных исследований при разных методах экспертного оценивания альтернатив

Рассматривались следующие методы получения экспертных оценок:

- метод непосредственной оценки;
- метод парных сравнений “линия”.

Параметры эксперимента:

1. Количество альтернатив варьировалось в диапазоне от 3 до 7.
2. Количество критериев - от 3 до 7.

3. Критерии являются равнозначными, т.е. $w_j = 1/m$, где m - количество критериев.

4. Добавлялась одна альтернатива.

Такие границы изменения параметров эксперимента определяются психофизиологическими ограничениями человека по обработке информации.

3.1 Метод непосредственной оценки

1. Случайным чином генерируется по n случайных оценок v_{ij} альтернатив a_i , $i = (1, n)$ по каждому из m критериев.

2. Для каждой альтернативы вычисляется значение функции рейтинга по формуле
$$S_i = \sum_{j=1}^m w_j v_{ij} .$$

3. Фиксируется ранжирование R_{n-1} альтернатив согласно значениям функции рейтинга.

4. Выполняются пункты 2, 3 для n альтернатив.

5. Фиксируется ранжирование R_n альтернатив согласно значениям функции рейтинга.

6. Сравниваются ранжирования R_n и R_{n-1} и делается вывод о наличии или отсутствии реверса рангов альтернатив.

3.2 Метод “линия”

Отличие алгоритма от алгоритма непосредственного оценивания заключается в том, что генерируются оценки степеней преимуществ d_{ie} альтернатив a_i над эталонной альтернативой a_e ($i \neq e$), а веса v_{ij} альтернатив вычисляются согласно алгоритму, описанному в [4]. После этого выполняются п. 2-6 описанного в разделе 4.1 алгоритма.

4. Результаты экспериментального исследования

4.1 Метод непосредственной оценки

Во время эксперимента последовательно генерируются оценки 3, 4, 5, 6, 7 альтернатив по каждому из трех критериев. Для каждой альтернативы подсчитывается рейтинг для случаев

- оценки альтернатив v_{ij} не нормируются;
- оценки альтернатив нормируются по сумме, т.е.
$$v_{ij}^* = \frac{v_{ij}}{\sum_{i=1}^n v_{ij}} ;$$
- оценки альтернатив нормируются по максимуму, т.е.
$$v_{ij}^* = \frac{v_{ij}}{\max_i v_{ij}} .$$

Сначала исследовалась зависимость частоты возникновения реверса рангов от количества альтернатив по алгоритму, приведенному в разделе 4.1. Частота возникновения реверса рангов есть отношение количества экспериментов, в которых наблюдался реверс рангов, к общему количеству проведенных экспериментов.

После проведения 10000 экспериментов получены следующие результаты:

1. при подсчете рейтинга альтернатив по ненормированным оценкам реверс рангов не выявлен ни в одном из испытаний;
2. результаты для нормированных весов приведены на рис. 1

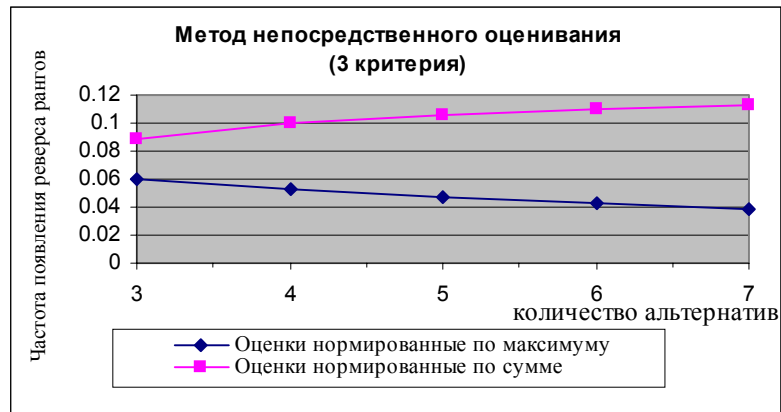


Рис.1 Зависимость частоты появления реверса рангов от количества альтернатив

Следующим этапом является исследование зависимости частоты появления реверса рангов от количества критериев.

После проведения 10000 экспериментов получены результаты аналогичные результатам исследования зависимости частоты возникновения реверса рангов от количества альтернатив.

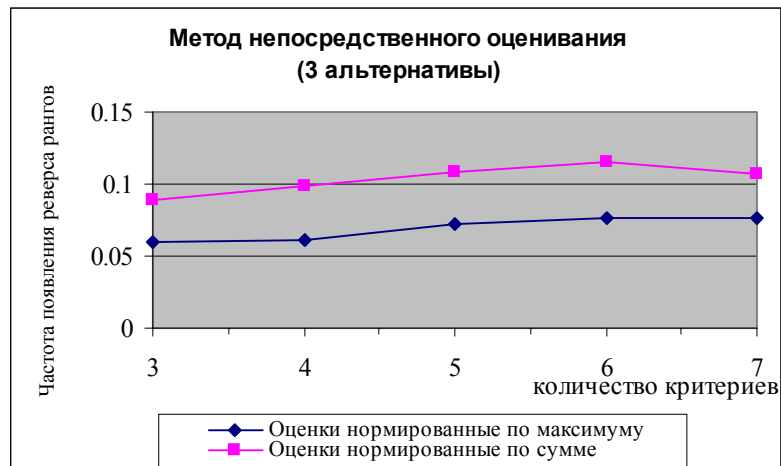


Рис. 2 Зависимость частоты появления реверса рангов от количества критериев

4.2 Метод “линия”

Сначала исследовалась зависимость частоты возникновения реверса рангов от количества альтернатив по алгоритму приведенному в разделе 4.2.

После проведения 10000 экспериментов получены следующие результаты:

1. при подсчете рейтинга альтернатив по ненормированным оценкам реверс рангов не выявлен ни в одном из испытаний;
2. результаты для нормированных весов приведены на рис 3.

Аналогичные исследования проведены для 3 альтернатив при переменном количестве критериев (3, 4, 5, 6, 7).

После проведения 10000 экспериментов получены результаты аналогичные результатам исследования зависимости частоты возникновения реверса рангов от количества альтернатив.

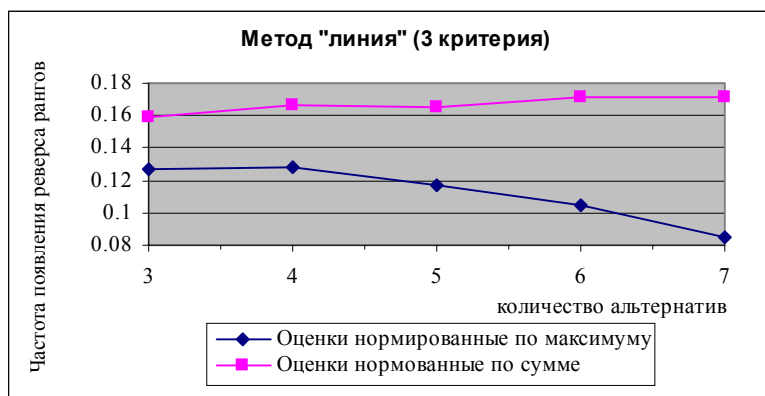


Рис. 3 Зависимость частоты появления реверса рангов от количества альтернатив

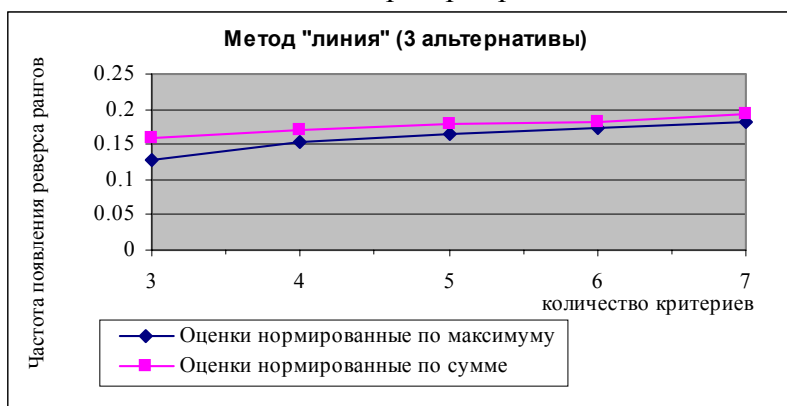


Рис. 4 Зависимость частоты появления реверса рангов от количества критериев

5. Выводы

Из полученных экспериментальным путем графиков зависимостей частоты появления реверса рангов от количества альтернатив и критериев видно, что как в методе непосредственной оценки, так и в методе “линия” при использовании нормированных по сумме и максимуму оценок весов альтернатив наблюдается феномен реверса рангов. Причем при использовании оценок нормированных по сумме реверс рангов возникает чаще, чем при нормировании по максимуму. В то же время из графиков можно видеть, что при увеличении количества критериев при фиксированном количестве альтернатив частота появления реверса рангов увеличивается в обоих случаях. При увеличении количества альтернатив и при фиксированном количестве критериев наблюдается расхождение в графиках (при нормировании по максимуму частота появления реверса уменьшается, а при нормировании по сумме - увеличивается). Метод непосредственной оценки ненормированных весов оценок альтернатив, а также метод “линия” позволяют избежать феномена реверса рангов, что способствует более широкому их использованию.

Выполненные экспериментальные исследования методов экспертного оценивания (метод непосредственной оценки и метод парных сравнений “линия”) полностью подтвердили полученные в [3] теоретические результаты относительно условий возникновения феномена реверса рангов.

Литература:

1. Saaty T.L. The Analytic hierarchy process. – N.Y.: McGraw-Hill, 1980.
2. N.V.Kumar, L.S.Ganesh An empirical analysis of the use of the Analytic Hierarchy Process for estimating membership values in a fuzzy set //Fuzzy Sets and Systems, 82, 1996, p. 1-16.
3. Тоценко В.Г. О проблеме реверса рангов альтернатив при мультикритериальном оценивании // Проблемы управления и информатики. – 2006. - № 3.
4. Тоценко В.Г. Методы и системы поддержки принятия решений. Алгоритмический аспект. К., „Научная мысль”. 2002, 382 с.