

УДК 681

КООРДИНАЦИЯ РАЗВИТИЯ ОБУЧАЮЩЕЙСЯ СППР С ЭЛЕМЕНТАМИ ДИСКРЕТИЗАЦИИ

А.В. Кукина

Херсонский национальный технический университет

e-mail: ksandr@kerch.net

Введение. Координация является важнейшим компонентом теории и практики сложных систем. Необходимость решения задач координации, равно как и задач принятия решений, встает перед человеком практически повсеместно не только в теории во всех сферах деятельности, но и в обыденной жизни. Основной задачей координации является обеспечение согласованности и оптимизации работы системы [1]. Один из методов согласования состоит в адаптации входного математического описания системы принятия и поддержки решений (СППР), которая является составной частью обучающейся интеллектуальной системы контроля и управления (ИСКУ) к относительно простому решающему правилу (классификатору) с целью получения на экзамене достоверности распознавания. Это обуславливает необходимость перехода от устаревшей методологии обработки данных к методологии их анализа. Для решения данной проблемы приемлемым является метод функционально-статистических испытаний (МФСИ), основанный на оценке информационной способности СППР. В рамках данного метода рассмотрим оптимизацию такого параметра функционирования, как шаг дискретизации реализаций образа на входе СППР.

Постановка задачи. Пусть класс распознавания X_m^0 характеризует m -е функциональное состояние ИСКУ и известна обучающая матрица $\|y_{m,i}^{(j)}\|$

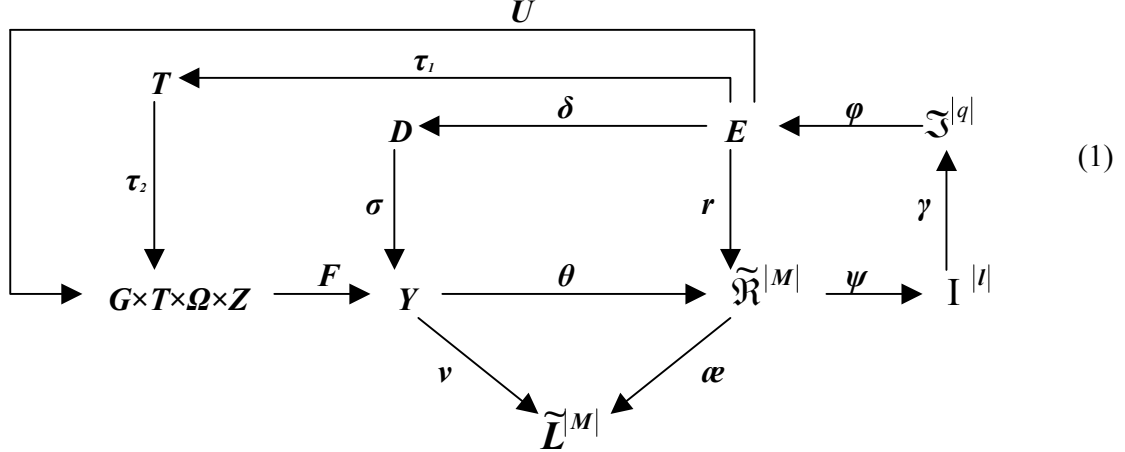
$$\begin{pmatrix} y_{m,1}^{(1)} & y_{m,2}^{(1)} & \dots & y_{m,l}^{(1)} & \dots & y_{m,N}^{(1)} \\ y_{m,1}^{(2)} & y_{m,2}^{(2)} & \dots & y_{m,l}^{(2)} & \dots & y_{m,N}^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{m,1}^{(l)} & y_{m,2}^{(l)} & \dots & y_{m,l}^{(l)} & \dots & y_{m,N}^{(l)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{m,1}^{(n)} & y_{m,2}^{(n)} & \dots & y_{m,l}^{(n)} & \dots & y_{m,N}^{(n)} \end{pmatrix},$$

в которой строка является реализацией образа $\{y_{m,i}^j \mid i = \overline{1, N}\}$, N – количество признаков распознавания (ПР), а столбец – случайная выборка $\{y_{m,i}^j \mid i = \overline{1, n}\}$, где n – объем выборки. Дан вектор параметров функционирования $g = \{g_1, \dots, g_\xi, \dots, g_Q\}$, которые влияют на функциональную эффективность ИСКУ с соответствующими на них ограничениями $R_\xi = \{g_1, \dots, g_Q\} \leq \theta$. Необходимо определить оптимальные значения параметров функционирования, которые обеспечивают максимум критерия функциональной эффективности (КФЭ) СППР: $E_m^* = \max_{\{g\} \in G} E_m$, где G – область допустимых значений параметров функционирования. Тогда оптимальное значение одного параметра, например, g_ξ – шаг квантования во времени реализаций образа на входе СППР определяется как $g_\xi^* = \arg_{G_\xi} E_m^*$, где $G_\xi \in G$.

Математическая модель обучающейся СППР. Рассмотрим универсум испытаний как декартово произведение $G \times T \times \Omega \times Z$, где G – множество входных переменных; T – множество моментов дискретизации (наблюдений) входных переменных; Ω – пространство ПР; Z – множество функциональных состояний системы.

Пусть оператор выхода $F: G \times T \times \Omega \times Z \rightarrow Y$ формирует выборочное множество Y – обучающую матрицу. Задачей обучения в рамках дискриминантного классификационного анализа является построение оптимального нечеткого разбиения $\tilde{\mathfrak{R}}^{[M]}$, где M – количество классов распознавания, которые могут пересекаться.

Математическую модель процесса обучения СППР в рамках МФСИ представим в виде диаграммы отображения множеств, использованных на этапе обучения.



В диаграмме (1) оператор $\theta: Y \rightarrow \tilde{\mathfrak{R}}^{[M]}$ формирует нечеткое разбиение $\tilde{\mathfrak{R}}^{[M]}$ в пространстве ПР, а операторы ν и α замыкают коммутативное кольцо на нечеткое покрытие $\tilde{L}^{[M]}$, задаваемое априорно алфавитом классов распознавания $\{X_m^0\}$. Оператор классификации $\psi: \tilde{\mathfrak{R}}^{[M]} \rightarrow I^{[l]}$ проверяет основную статистическую гипотезу о принадлежности реализаций $\{x_m^{(j)} | j = \overline{1, n}\}$ классу X_m^0 , где l – количество проверяемых статистических гипотез. Разнообразие известных методов обучения СППР определяется способом реализации корректирующей обратной связи в диаграмме (1). Принципиальным отличием МФСИ от известных методов автоматической классификации является коррекция в процессе обучения разбиения $\tilde{\mathfrak{R}}^{[M]}$ путем итерационной оптимизации параметров обучения по информационному КФЭ. Для вычисления информационного критерия оператор $\gamma: I^{[l]} \rightarrow \mathfrak{Z}^{[q]}$ путем оценки в процессе обучения основной гипотезы формирует множество точностных характеристик $\mathfrak{Z}^{[q]}$, где $q = l^2$ – количество точностных характеристик, а оператор $\phi: \mathfrak{Z}^{[q]} \rightarrow E$ вычисляет множество значений информационного КФЭ, который является функционалом точностных характеристик. Итерационный процесс оптимизации геометрических параметров разбиения $\tilde{\mathfrak{R}}^{[M]}$ реализуется оператором $r: E \rightarrow \tilde{\mathfrak{R}}^{[M]}$ путем поиска максимума КФЭ $E_m^* = \max_{\{d\}} E_m(d)$, где $\{d\}$ – множество шагов обучения распознаванию реализаций класса X_m^0 . Согласно принципу композиции, реализованному по объектно-ориентированной методологии в МФСИ, каждый параметр обучения, непосредственно влияющий на геометрические параметры разбиения $\tilde{\mathfrak{R}}^{[M]}$, а следовательно, и на достоверность распознавания на экзамене, имеет соответствующий контур оптимизации в диаграмме (1). При этом обязательно выполнение главного условия композиции: множество E является общим для всех контуров оптимизации.

Среди других параметров обучения рассмотрим систему полей контрольных допусков $\{\delta_{k,i}\}, i = \overline{1, N}$, на значения ПР и шаг квантования τ_m входных переменных во времени. Пусть итерационный процесс оптимизации системы контрольных допусков на ПР, которая образует множество D , реализуется объективно оператором $\delta: E \mapsto D$, а оператор σ отображает систему D на выборочное множество Y , что обеспечивает возможность изменения

обучающей матрицы в процессе поиска максимума критерия E_m^* . Контур оптимизации шага квантования во времени замыкается оператором $\tau_1 : E \mapsto \tilde{T}$, где $\tilde{T}$ – множество значений шагов квантования и оператором $\tau_2 : \tilde{T} \mapsto T$, изменяющим интервалы времени снятия информации. В диаграмме (1) оператор $U : E \rightarrow G \times T \times \Omega \times Z$ регламентирует процесс обучения и позволяет оптимизировать параметры его плана.

Критерии оптимизации. Рассмотрим применение координации к сложным организационным системам [2]. Данный этап является одним из самых сложных и сводится к оптимизации целевой функции. Центральным вопросом информационного синтеза СППР является оценка функциональной эффективности процесса обучения, которая определяет максимальную асимптотическую достоверность решений, принимаемых на экзамене. В качестве КФЭ в МФСИ можно использовать различные статистические информационные критерии. Наиболее широкое применение нашли информационные меры Шеннона и Кульбака. Так, нормированная информационная мера Шеннона имеет вид $E = \frac{H_0 - H(\gamma)}{H_0}$,

где $H_0 = -\sum_{l=1}^M p(\gamma_l) \log_2 p(\gamma_l)$ – априорная (безусловная) энтропия; апостериорная (условная) энтропия $H(\gamma) = -\sum_{l=1}^M \sum_{m=1}^M p(\gamma_l) p(\mu_m / \gamma_l) \log_2 p(\mu_m / \gamma_l)$ характеризует остаточную неопределенность после принятия решения; $p(\gamma_l)$ – априорная вероятность реализации γ_l ; $p(\mu_m / \gamma_l)$ – апостериорная вероятность принятия решений μ_m при условии, что принята гипотеза γ_l .

Для двухальтернативной системы оценок ($M=2$) и равновероятностных гипотез, что характеризует наиболее «тяжелый» в статистическом смысле случай принятия решений, после замены апостериорных вероятностей на априорные по формуле Байеса получим:

$$E = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\alpha + D_2} \log_2 \frac{\alpha}{\alpha + D_2} + \frac{\beta}{D_1 + \beta} \log_2 \frac{\beta}{D_1 + \beta} + \frac{D_1}{D_1 + \beta} \log_2 \frac{D_1}{D_1 + \beta} + \frac{D_2}{\alpha + D_2} \log_2 \frac{D_2}{\alpha + D_2} \right), \quad (2)$$

где α, β, D_1, D_2 – точностные характеристики: ошибки первого и второго рода, первая и вторая достоверности соответственно. Таким образом, критерий (2) является нелинейным и неоднозначным функционалом точностных характеристик, что требует нахождения в процессе обучения рабочей области его определения. В МФСИ широкое применение благодаря удобству вычисления находит информационная мера Кульбака, которая, как и мера Шеннона, определяет одинаковые или близкие оптимальные значения параметров функционирования ИСКУ. Как известно, информационная мера Кульбака является произведением отношения правдоподобия Λ на меру отклонения распределения вероятностей. Отношение правдоподобия представим в виде $\Lambda = \log_2 \frac{P_l}{P_f} = \frac{p_1 D_1 + p_2 D_2}{p_1 \alpha + p_2 \beta}$,

где $P_l = p_1 D_1 + p_2 D_2$, $P_f = p_1 \alpha + p_2 \beta$ – полные вероятности правильного и ошибочного принятия решений соответственно; событий p_1, p_2 – априорные вероятности появления соответствующих событий. При допущении, что $p_1 = p_2 = 0.5$ мера Кульбака принимает вид:

$$E = 0.5 \log_2 \left(\frac{D_1 + D_2}{\alpha + \beta} \right) [(D_1 + D_2) - (\alpha + \beta)] = \log_2 \left(\frac{2 - (\alpha + \beta)}{\alpha + \beta} \right) [1 - (\alpha + \beta)].$$

Алгоритм реалізації. Оптимізація параметрів навчання як процесу координації (согласования) по МФСИ здійснюється шляхом реалізації ітераційної процедури пошуку максимуму критерію E в кожному з контурів зворотного зв'язу діаграми (1). Розглянемо кроки реалізації даного алгоритму [3].

Крок 1. Формування для базового класу X_I^0 навчальної матриці $\|y_{I,i}^{(j)}\|$, де $j = \overline{1, n}$ – змінна числа реалізацій образу, $i = \overline{1, N}$ – змінна числа ПР.

Крок 2. Формування еталонної реалізації образу $y_I \in X_I^0$ шляхом статистичного усереднення стовпців матриці $\|y_{I,i}^{(j)}\|$.

Крок 3. Формування бінарної навчальної матриці $\|x_{I,i}^{(j)}\|$ для класу X_I^0 шляхом обчислення предикатів

$$x_{I,i}^{(j)} = \begin{cases} 1, & \text{if } y_{I,i}^{(j)} \in \delta_{k,i} \\ 0, & \text{if else} \end{cases},$$

де $\delta_{k,i}$ – поле контрольних допусків на i -й ПР.

Крок 4. Формування матриці $\|y_{2,i}^{(j)}\|$ для класу X_2^0 .

Крок 5. Формування бінарної матриці $\|x_{2,i}^{(j)}\|$ для класу X_2^0 при умові використання системи контрольних допусків базового класу X_I^0 .

Крок 6. Формування лічильника значень кроку квантування $\tau := \tau + 1$.

Крок 7. Формування лічильника кроків збільшення радіуса розділюючої гіперсфери для базового класу $X_I^0 : d := d + 1$.

Крок 8. Обчислення значення інформаційного критерію за формулою (2).

Крок 9. Порівняння: якщо $E(d) \geq E(d-1)$, то виконується крок 7, інакше – крок 10.

Крок 10. За максимальне значення критерію (2) приймається значення $E_I^* = E(d-1)$.

Крок 11. Порівняння: якщо $E_m^*(\tau) \geq E_m^*(\tau-1)$, то виконується крок 12, інакше – крок 13.

Крок 12. Порівняння: якщо $\tau \leq \Delta t = \pi / \omega_{zp}$, де $\Delta t, \omega_{zp}$ – максимальний крок квантування, який визначається за теоремою Шеннона-Котельникова, і верхня частота спектра реалізації $y_I(t)$ відповідно, то виконується крок 6, інакше – крок 13.

Крок 13. Визначення оптимального значення кроку квантування реалізацій образу за часу $\tau_I^* := \tau - 1$.

Висновок. Представлений в межах дискримінантного класифікаційного аналізу алгоритм навчання СППР дозволяє зробити висновок про принципову можливість оптимізації в інформаційному сенсі шляхом координації. При реалізації ітераційної процедури пошуку максимуму інформаційного критерію необхідно на кожному кроці ітерації оцінювати межу робочої області визначення значень його аргумента.

1. Ходаков В.Е., Соколова Н.А., Ходаков Д.В., Координация в управлении развитием объектов хозяйственной деятельности / Вестник ХНТУ – Херсон: ХНТУ, 2005 №1(21), с.10-24.
2. Ходаков В.Е., Киричук Д.Л., Координация как процесс согласования / Вестник ХНТУ – Херсон: ХНТУ, 2005 №1(21), с.248-252.
3. Астанин С.В. Сопровождение процесса обучения на основе нечеткого моделирования / Дистанционное образование, - М., 2004, -№ 5, с. 27-32.