

519.2.+600.1

ТЕОРИЯ ГИПЕРСЛУЧАЙНЫХ ЯВЛЕНИЙ

И.И. Горбань

Украинский научно-исследовательский и учебный центр проблем стандартизации, сертификации и качества Госпотребстандарта Украины

e-mail: gorban@ukrndnc.org.ua

Введение

Системы поддержки принятия решений (СППР) работают в условиях неопределенности. Существует много различных способов описания и учета этой неопределенности. Широко известными являются способы, основанные на теории вероятностей и математической статистике, теории нечетких множеств, интервальной математике, теории нейронных сетей и др.

Постоянно продолжающийся поиск универсальных и эффективных путей адекватного математического описания явлений недавно привел к новому классу моделей, в которых в качестве абстрактных математических объектов выступают, так называемые, гиперслучайные явления [1].

Под гиперслучайными явлениями подразумеваются семейство случайных событий, величин, функций или полей, зависящие от параметра $g \in G$, который рассматривается как независимая переменная и ассоциируется с условиями наблюдения (или условиями формирования) рассматриваемых объектов.

Математически гиперслучайные события можно описать с помощью тетрады $(\Omega, \mathfrak{Z}, G, P_g)$, где Ω – пространство элементарных событий $\omega \in \Omega$, $\mathfrak{Z}$ – борелевское поле, G – множество условий $g \in G$, P_g – вероятностная мера подмножеств событий, зависящая от условия g . Таким образом, вероятностная мера задается для всех подмножеств событий и всех возможных условий $g \in G$. Мера же для условий $g \in G$ остается не определенной.

Используя менее строгий статистический подход, гиперслучайное событие A можно трактовать как событие, частота появления которого $p_N(A)$ при увеличении числа опытов N не стабилизируется и при $N \rightarrow \infty$ не имеет предела.

В последние годы сформированы математические основы теории гиперслучайных явлений и методы моделирования физических явлений с помощью гиперслучайных моделей.

Цель доклада – презентация монографии [2], обобщающей концептуальные подходы, методы и результаты новой теории.

Содержание монографии

Книга состоит из двух частей. В первой части (до шестой главы) излагаются математические основы теории гиперслучайных явлений, во второй – методы моделирования физических объектов с помощью гиперслучайных моделей, учитывающих непредсказуемый характер изменения свойств объектов и статистических условий их наблюдения.

В первой главе определяются понятия гиперслучайного события и гиперслучайной величины. Для характеристики гиперслучайного события предложено использовать верхнюю и нижнюю границы вероятности, а для описания гиперслучайной величины –

верхнюю и нижнюю границы функции распределения. Введены понятия плотности распределения границ гиперслучайной величины, характеристических функций границ, а также нецентральных и центральных моментов границ. Исследованы свойства этих характеристик. Результаты, первоначально полученные для скалярных действительных гиперслучайных величин, обобщены на случай комплексных и векторных величин.

Вторая глава посвящена гиперслучайным функциям. Для их описания разработан математический аппарат, базирующийся на принципах и подходах описания гиперслучайных величин. В качестве основных характеристик гиперслучайных функций выбраны верхняя и нижняя границы функции распределения, а также плотности распределения границ и характеристические функции границ. Вспомогательными характеристиками являются математические ожидания границ, дисперсии границ, корреляционные и ковариационные функции границ и др. Математический аппарат разработан для различных гиперслучайных функций: скалярных и векторных, вещественных и комплексных. Изучена специфика описания скалярных, векторных и комплексных гиперслучайных функций.

В третьей главе рассмотрен альтернативный подход к описанию гиперслучайных величин и функций, позволяющий характеризовать их, не прибегая к сложному расчету границ функции распределения. Его основой служит вычисление границ центральных и нецентральных моментов: математического ожидания, дисперсии, корреляционного момента, ковариационного момента и др. Границы моментов гиперслучайного явления и моменты границ функции распределения – разные понятия. В общем случае границы моментов не совпадают с соответствующими моментами границ, хотя в отдельных случаях совпадение и имеет место.

Четвертая глава посвящена формализации ряда понятий, касающихся гиперслучайных явлений: стационарности и эргодичности гиперслучайной функции, гиперслучайного белого шума и др. Введены различные характеристики, описывающие стационарные и эргодические гиперслучайные функции. Исследованы свойства этих характеристик. Разработаны спектральные методы описания стационарных гиперслучайных функций.

В пятой главе формализовано понятие гиперслучайной выборки и определены ее свойства, предложена методология формирования оценок характеристик гиперслучайной величины и исследована сходимость гиперслучайных оценок к соответствующим точным характеристикам. Доказана предельная теорема, определяющая закон распределения оценок границ функции распределения среднего при стремлении объема выборки к бесконечности.

Шестая глава посвящена методам точечного и интервального оценивания детерминированных величин. Для точечных гиперслучайных оценок введены понятия несмещенной оценки, состоятельной, эффективной и достаточной, а для интервальных гиперслучайных оценок – понятия доверительного интервала и границ доверительной вероятности. Доказаны теоремы, определяющие границы нижней границы точности точечной оценки и границы доверительного интервала интервальной оценки.

Специфике оценки физических величин в условиях статистической неопределенности с использованием гиперслучайных моделей измеряемых величин и гиперслучайных моделей оценок посвящена седьмая и восьмая главы. Приведенные в них результаты обобщают материал шестой главы. Дано математическое обоснование

известного из практики факта, что точность любых реальных физических измерений имеет предел, преодолеть который не удастся, даже при очень большом объеме данных.

Девятая глава освещает круг вопросов, касающихся гиперслучайных оценок гиперслучайных функций. Дано обоснование гипотезы, что все реальные оценки физических процессов не состоятельны, а точность измерения реальных процессов, как и точность измерения реальных физических величин, ограничена.

В десятой главе рассмотрены вопросы неформализованного и формализованного описания окружающего мира. Исследованы причины, ограничивающие возможность построения моделей, адекватно представляющих физические объекты. Высказано предположение, что в основе построения физического мира лежат гиперслучайные принципы.

Выводы

Главные результаты новой теории можно сформулировать следующим образом.

1. Разработан математический аппарат, позволяющий эффективно описывать и моделировать различные физические явления в условиях неопределенности.

2. Точность любых измерений имеет предел. Даже при наличии неограниченного объема данных нельзя достичь любой, как угодно высокой, точности измерений. Точность ограничена пространственно-временными интервалами стабильности измеряемого объекта и условий его наблюдения.

3. Повсеместно наблюдаемые факты нестабильности реальных объектов и непредсказуемой изменчивости статистических условий их наблюдения указывает, что в основе мироздания, по всей видимости, лежат гиперслучайные принципы.

4. Принимая концепцию гиперслучайного устройства физического мира, следует признать целый ряд положений, прямо следующих из нее, в частности:

- для любого реального физического объекта принципиально невозможно получить абсолютно точную оценку и построить абсолютно адекватную математическую модель;
- все реальные оценки и построенные на их основе модели оценок и объектов несостоятельны (при увеличении объема обрабатываемых данных их погрешность не стремится к нулю);
- нельзя экспериментально доказать, что даже самая совершенная физическая теория абсолютно точно описывает законы природы;
- никакими реальными средствами измерения невозможно подтвердить или опровергнуть факт существования мировых констант;
- невозможно сделать абсолютно точный прогноз будущего по данным настоящего и прошлого.

Литература

1. Горбань И.И. Гиперслучайные явления и их описание // Акустичний вісник. – 2005. – т.8, № 1 – 2. – С. 16 – 27.
2. Горбань И.И. Теория гиперслучайных явлений. – К.: Институт проблем математических машин и систем НАН Украины, 2007. – 184 с.