

УДК 519.8

ПОДХОД К УПРАВЛЕНИЮ СТРУКТУРОЙ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ

О.А. Павлюк

Институт Прикладного Системного Анализа НТУУ «КПИ»

e-mail: olga_pavluk@mail.ru

Введение. Издавна и до сегодняшних дней актуальным и трудоемким аспектом организации работы было финансовое регулирование. В системе управления деятельностью любого предприятия наиболее сложным звеном является эффективное управление финансами.

Основные аспекты теории портфеля представлены в работе [1]. В основе данной концепции лежат методологические принципы статистического анализа и оптимизации соотношения уровня риска и доходности рискованных инструментов финансового инвестирования. Исходя из строения модели, данную оптимизационную стратегию относят к классу задач квадратичной оптимизации при линейных ограничениях. К настоящему времени вместе с задачами линейного программирования это один из наиболее изученных классов оптимизационных задач, для которых разработано большое число достаточно эффективных алгоритмов.

Основополагающая идея современной теории портфеля состоит в том, что для построения оптимального с точки зрения риска и доходности портфеля инвестору необходимо учесть соответственно три важнейших аспекта: допустимый риск, ожидаемую (желаемую) доходность и варианты диверсификации портфеля. Особенность построения самой модели – статистическое рассмотрение будущего дохода как случайной величины, то есть доходы по отдельным инвестиционным объектам изменяются по случайному закону с известными или предполагаемыми характеристиками. В теории Марковица математическое ожидание есть формальный аналог понятия ожидаемой доходности, а дисперсия (или стандартное отклонение) служит мерой риска.

Одна из самых известных и применяемых на практике модификаций модели Марковица, так называемая модель Марковица-Тобина предложена в работе [2]. В данную модель включены безрисковые активы, например, государственные облигации. В классической задаче Марковица-Тобина время владения портфелем задается на определенный период времени T_j ; структура портфеля, сформированная в начале периода владения, остается неизменной в течение всего периода. Очевидно, что в реальности ни период владения, ни структура портфеля не остаются неизменными. Это происходит вследствие возникших потребностей владельца портфеля в деньгах, изменения конъюнктуры на рынке ценных бумаг, получения конфиденциальной информации и т.п.

В данной работе рассматривается управление портфелем Марковица-Тобина в течение периода владения. Основная идея взята из [3].

Постановка задачи. Пусть в момент времени $t=0$ в портфеле находятся N различных видов акций с предполагаемыми доходностями и рисками, и один вид безрисковой ценной бумаги (например, государственная облигация). По прогнозам, в момент времени $t_1 < T$ выгодно продать акцию вида 1, в момент времени $t_2 < T$ выгодно

продать акцию вида 2, в момент времени $t_j < T$ выгодно продать акцию вида k , $k = \overline{1, N}$, и т. д. Ожидаемая доходность данного портфеля в момент времени t_j , $j = \overline{0, T}$, имеет вид:

$$R_j(k) = \sum_{i=1}^{N-K} x_i p_i + (x_0 + \sum_{i=N-K+1}^N x_c) c + x_k \quad (1)$$

Здесь:

x_i – доля акции вида i в портфеле,

p_i – случайный доход от инвестиции единичного капитала в акцию вида k ,

x_0 – начальная доля безрисковой акции,

x_c – доля безрисковой акции, полученная в результате вложений средств, вырученных от предыдущих продаж акций,

c – известный доход от единицы безрискового актива, причем

$$p_i = \frac{\xi_i - c_i}{c_i} \quad (2)$$

$$x_c = \frac{x_i p_i}{c_c} \quad (3)$$

Здесь:

c_i – известная цена в начальный момент времени акции вида T_j ,

ξ_i – случайная цена в момент времени продажи акции вида i ,

c_c – стоимость 1 безрисковой акции

Математическая модель данной задачи имеет вид:

$$\min x^T V x \quad (4)$$

$$c^T x + x_0 = 1 \quad (5)$$

$$R_j(k) = \sum_{i=1}^{N-K} x_i p_i + (x_0 + \sum_{i=N-K+1}^N x_c) c + x_k \quad (6)$$

Здесь:

x – вектор долей акций,

V – ковариационная матрица,

c – матрица стоимостей акций.

Решение задачи. Самым сложным аспектом данной модели является объединение методов прогнозирования и оптимизации портфеля в течение периода владения. Исходя из динамичности рассматриваемой модели, а так же учитывая конечное время существования портфеля, для прогноза времени продаж акций различных видов следует использовать адаптивные методы краткосрочного прогнозирования, поскольку одним из требований к этим методам является требование того, чтобы прогнозируемая модель

могла автоматически распознавать динамику изменения процесса. В частности, возможно использования метода экспоненциального сглаживания и фильтра Калмана. Данная задача представляет собой задачу квадратичного программирования, поэтому для оптимизации портфеля можно использовать численные методы оптимизации, описанные, например, в [4].

Пример. В портфеле имеется три вида рисковых акций (А, В, С) и один – безрисковой (W). Портфель формируем на время $[0, T]$. Он начинает работать в момент $t_0 = 0$, полностью распродается в момент T. Учитывая прогноз, продаем акции в таком порядке: в момент t_1 продаем акцию А, в момент t_2 – акцию В, в момент t_3 – акцию С и в момент $t_4 = T$ – W, причем $t_0 < t_1 < t_2 < t_3 < t_4$. Для простоты вычислений и наглядности принимаем $t_i - t_{i-1} = t$, $i \in [1, 4]$. На основе Таблиц 1, 2 производим вычисления по формуле (1). Полученные данные используются для построения графиков, представленных на Рисунке 1.

Таблица 1

Исходные данные

	A	B	C	W
1	5,8720	7,9345	4,0065	7,0000
2	5,1130	8,0152	4,0111	7,0000
3	4,9954	8,2950	3,9540	7,0000
4	6,9720	8,4023	3,0120	7,0000
5	6,8712	8,9931	3,1230	7,0000
ОЖИДАЕМЫЙ ДОХОД	5,9647	8,3280	3,6213	7,0000
ОТКЛОНЕНИЕ	0,93674	0,418824	0,507583	0
ОТНОСИТ. РИСК	0,16	0,05	0,14	0,00

Таблица 2

Фактическая стоимость акций на протяжении пяти прошедших периодов

	Доля	Начальная цена	Конечная цена	Доходность
	x_i	c_i	ξ_i	r_i
A	0,3	5	7	0,2
B	0,45	8	9	0,1
C	0,2	3	3,5	0,08
W	0,05	7	7	0,01

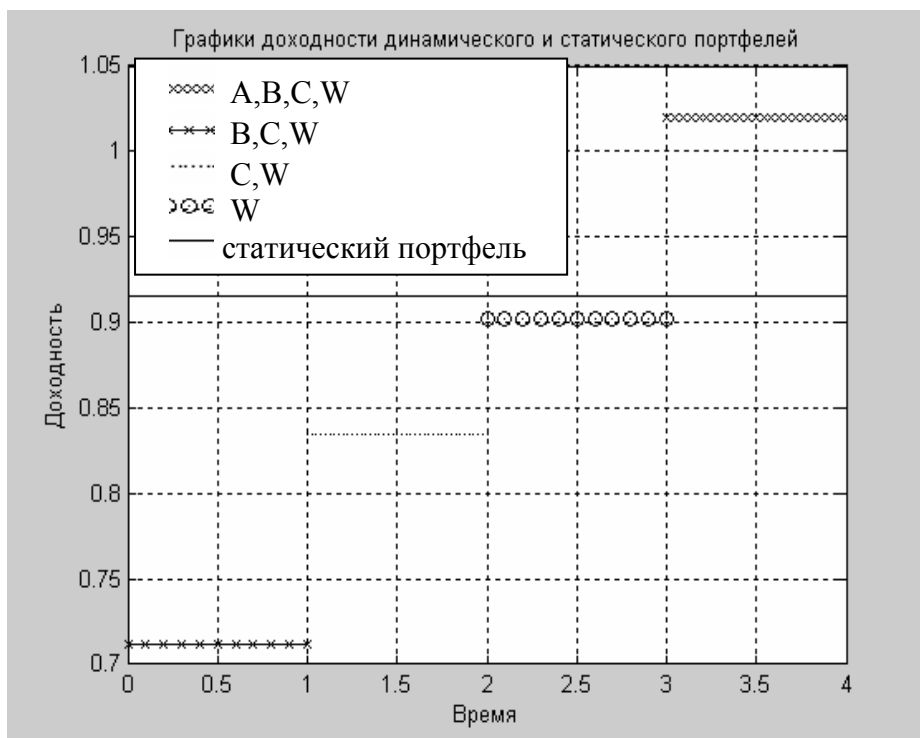


Рисунок 1. Сравнение доходности динамического и статического портфелей

Выводы. Рассмотренный подход к управлению портфелем вполне может быть применен не только в финансовой области, но и в тех областях, где характеристики, которыми желательно управлять либо оценивать их множество в виде некоторого обобщенного критерия, могут быть описаны вышеприведенным образом. Например, при рассмотрении экологического состояния промышленного района в качестве риска и доходности назначаем вероятность аварии и рентабельность за вычетом стоимости последствий возможной аварии. Статистические данные и опыт экспертных оценок в настоящее время для большинства видов таких предприятий имеются. Продажа рискованных акций и приобретение безрисковых ценных бумаг может рассматриваться как выведение опасных предприятий из хозяйственного оборота и замена их более безопасными с соответствующими оценками их рисков и рентабельности. Поскольку автор имел возможность работы лишь в финансовой сфере, применение данного подхода в других областях из-за отсутствия опыта не рассматривалось.

Литература

1. Markowitz, H. M. Portfolio Selection // J. Finance. 1952. V. 7. № 1. P. 77–91.
2. James Tobin. Liquidity Preference as Behavior Towards risk. The Review of Economic Studies, No. 67, February, 1958.
3. Ю.С. Канн, А. Н. Краснопольская. К Проблеме формирования портфеля ценных бумаг с фиксированным доходом // АиТ. 2006. №4. с. 97–104.
4. Зайченко Ю. П. Исследование операций: Учебник. – 6 изд., перераб. и доп. – Киев: Издательский Дом «Слово», 2003.